

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO PAULO
ESCOLA PAULISTA DE POLÍTICA, ECONOMIA E NEGÓCIOS

**APLICAÇÃO DE MÉTODO ESTOCÁSTICO NO CÁLCULO DAS
PROVISÕES DE SINISTROS**

Guilherme Rodovalho Fernandes Moreira

Orientador: Prof. Dr. Roberto Cazzari

Osasco

2020

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO PAULO
ESCOLA PAULISTA DE POLÍTICA, ECONOMIA E NEGÓCIOS

**APLICAÇÃO DE MÉTODO ESTOCÁSTICO NO CÁLCULO DAS
PROVISÕES DE SINISTROS**

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentando à Universidade
Federal de São Paulo como requisito
para aprovação no curso de
Bacharelado em Ciências Atuariais.

Orientador: Prof. Dr. Roberto Cazzari

Osasco

2020

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Unifesp Osasco
e Departamento de Tecnologia da Informação Unifesp Osasco,
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

M838a MOREIRA, Guilherme Rodovalho Fernandes
Aplicação de método estocástico no cálculo das provisões
de sinistros / Guilherme Rodovalho Fernandes Moreira. - 2020.
37 f. :il.

Trabalho de conclusão de curso (Ciências Atuariais) -
Universidade Federal de São Paulo - Escola Paulista de Política,
Economia e Negócios, Osasco, 2020.
Orientador: Prof. Dr. Roberto Cazzari.

1. Bootstrap. 2. Chain Ladder. 3. Capital Baseado em Risco
de Provisões de Sinistros. 4. IBNP. 5. Distribuição de
Probabilidade. I. Cazzari, Prof. Dr. Roberto, II. TCC -
Unifesp/EPPEN. III. Título.

CDD: 368.981

Agradecimentos

Agradeço imensamente ao Prof. Dr. Roberto Cazzari pela orientação que proporcionou o desenvolvimento deste Trabalho de Conclusão de Curso. Suas contribuições foram fundamentais para que pudéssemos chegar a esse resultado final. Agradeço também pelas aulas lecionadas, que foram fundamentais para a minha formação e pensamento crítico enquanto atuário.

Agradeço a MSc. Marina Nery da Silva, minha companheira, pela revisão e edição do presente trabalho e por fomentar discussões acadêmicas que contribuíram para o fortalecimento desta pesquisa.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Triângulo de <i>runoff</i> incremental de sinistros pagos.	19
Figura 2. Triângulo de <i>runoff</i> acumulado de sinistros pagos.	20
Figura 3. Montante de prêmios ganhos e sinistros pagos por ano de ocorrência.	25
Figura 4. Desenvolvimento dos pagamentos acumulados de sinistros.	26
Figura 5. Estimativas pontuais de IBNP estimado por reamostragem de bootstrap.	28
Figura 6. Distribuição de probabilidade empírica do IBNP estimado por bootstrap.	28
Figura 7. Distribuição de probabilidade empírica do IBNP e principais percentis.	31

LISTA DE TABELAS

Tabela 1. Estatísticas descritivas das estimativas pontuais de IBNP estimadas por reamostragem de bootstrap.....	27
Tabela 2. IBNP estimado pelo método Chain Ladder e os percentis 50%, 75%, 85%, 95% e 99% da distribuição de probabilidade empírica estimada por bootstrap.....	29

LISTA DE SIGLAS

UNCTAD - United Nations Conference on Trade and Development

ONU - Organização das Nações Unidas

RC - Responsabilidade Civil

IAS - International Accounting Standards

CPC - Comitê de Pronunciamentos Contábeis

PPNG - Provisão de Prêmios não Ganhos

IBNP - Incurred But Not Paid

PSL - Provisão de Sinistros a Liquidar

IBNYR - Incurred But Not Yet Registered

IBNER - Incurred But Not Enough Reported

IBNR - Incurred But Not Reported

CAS - Casualty Actuarial Society

CL - Chain Ladder

BF - Bornhuetter-Ferguson

SOA - Society of Actuaries

ASB - Actuarial Standards Board

ASOP - Actuarial Standard of Practice

SUSEP - Superintendência de Seguros Privados

IBA - Instituto Brasileiro de Atuária

NAIC – National Association of Insurance Commissioners

CNSP - Conselho Nacional de Seguros Privados

RESUMO

O método *Chain Ladder* é uma das ferramentas mais utilizadas, a nível mundial, para estimar as provisões técnicas de sinistros. Apesar de seu uso extensivo, este método apresenta como resultado somente uma estimativa pontual final. As provisões técnicas são definidas como passivos de valor ou prazo incertos e, desta forma, possuem como principal componente o risco. É possível fazer inferências mais assertivas de um produto baseado no risco quando se pode estimar uma distribuição de probabilidade à variável aleatória associada a este risco. Neste estudo, o método *bootstrap* foi aplicado ao triângulo de pagamentos acumulados de sinistros de responsabilidade civil de uma seguradora, com o objetivo de estimar a distribuição de probabilidade empírica do montante total de sinistros ainda não pagos. A distribuição estimada foi dividida em percentis e foi realizada uma análise referente à probabilidade de ruína dessa seguradora considerando-se apenas este ramo. Realizou-se também, uma análise da onerosidade ao capital de terceiros ou ao capital próprio da seguradora, dependendo do apetite ao risco da seguradora. Como resultado, observou-se a distribuição de probabilidades empírica do IBNP e que a esperança da variável aleatória estimada pela técnica de *bootstrap* é semelhante ao valor de IBNP calculado pelo método de *chain ladder*. Concluiu-se que calcular a distribuição de probabilidades empírica do IBNP é de grande auxílio na análise de sua suficiência, na escolha da melhor estimativa da provisão e também no cálculo do capital de risco baseado no risco das provisões de sinistros.

Palavras-chave: Provisões Técnicas, IBNP, Distribuição de Probabilidade, *Chain Ladder*, *Bootstrap*, Capital Baseado em Risco de Provisões de Sinistros, Resíduos de Pearson.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	9
2. MARCO REGULATÓRIO	15
3. REFERENCIAL TEÓRICO E METODOLOGIA DE PESQUISA	18
4. RESULTADOS	25
5. CONCLUSÃO	33
6. REFERÊNCIAS	35

1. INTRODUÇÃO

Muitos são os benefícios para um país em possuir uma estrutura bem organizada de seguros e resseguros. De acordo com a publicação *Final Act and Report of the First United Nations Conference on Trade and Development* (UNCTAD), realizada pela Organização das Nações Unidas (ONU), uma característica essencial de uma economia em crescimento é um mercado de seguros e resseguros sólido (UNCTAD, 1964). A existência de um mercado de seguros bem estruturado trás diversos benefícios à sociedade. O seguro é um facilitador do comércio e propicia que a atividade econômica seja mais eficiente, possibilitando que tanto empresas como pessoas físicas estejam mais preparadas para tomar riscos. Além dos benefícios citados acima, alguns produtos do seguro também tem o papel de proteger os mais pobres contra vulnerabilidades, eventos catastróficos e riscos de subsistência (LESTER, 2014).

Dentre as centenas de coberturas de seguros ofertadas no Brasil e no mundo, podemos citar os seguros automotivos, que abrangem, entre outras coberturas, proteção contra danos ao veículo do segurado, custos hospitalares por acidentes, e roubo e furto de veículos segurados. Há também os seguros patrimoniais com coberturas contra incêndio, explosão e inundação de residências e/ou empreendimentos comerciais. Existem ainda, coberturas de responsabilidade civil que podem cobrir os danos materiais ou corporais causados involuntariamente a terceiros. Assim, é possível observar que existe uma gama muito grande de produtos de seguros. No presente artigo, abordaremos, especificamente, os seguros de responsabilidade civil (RC) ou *general liability*. A partir deste ponto, a palavra RC será utilizada para se referir aos seguros de responsabilidade civil.

Os seguros de RC têm como objetivo oferecer cobertura contra danos involuntários causados a terceiros. É importante ressaltar, contudo, que essa cobertura exclui danos causados devido à profissão do segurado. Normalmente, as apólices de RC possuem três coberturas básicas: danos físicos e patrimoniais, danos morais e pagamento de despesas médicas. Por se tratar de danos a terceiros, o segurado pode demorar a ter conhecimento da

existência de um sinistro e, da mesma forma, demorar a comunicar a seguradora sobre o ocorrido. Muitas vezes, a comunicação dos sinistros já é diretamente feita por via judicial. Devido ao *delay* na comunicação e na real definição do valor final do sinistro, além da alta judicialização, por natureza, os sinistros de responsabilidade civil possuem tipicamente cauda longa, e podem demorar anos e até décadas para serem totalmente liquidados. Esta característica torna esses sinistros expostos a diversas incertezas que podem aumentar o montante final a ser pago em cada sinistro. Dentre as incertezas a qual os sinistros de RC estão expostos, podemos citar a inflação, inflação médica, custos advocatícios, custos com peritos, mudanças macroeconômicas, entre outras.

Por serem produtos financeiros que contribuem para a sociedade através do compartilhamento de riscos e terem um papel fundamental em uma economia em desenvolvimento, a saúde financeira das seguradoras é de suma importância para a economia de um país. Os seguros podem ser definidos como contratos pela qual uma seguradora se obriga a indenizar um segurado no caso da ocorrência de eventos determinados em contrato, em troca do recebimento de um prêmio. Se os custos de uma seguradora não forem bem dimensionados e esta não possuir capital para indenizar seus segurados, a seguradora pode se tornar insolvente e causar enormes danos à sociedade. Diferentemente de outras indústrias, as seguradoras só conhecem o custo total dos serviços vendidos durante um intervalo contábil, após um longo período. Dependendo do tipo de seguro ofertado e do evento gerador do sinistro, o custo final pode demorar dias, meses ou até mesmo décadas para ser conhecido (FRIEDLAND et al, 2010).

Devido às incertezas nos prazos de liquidação dos sinistros e no valor que será pago por cada sinistro, as seguradoras devem manter provisões de sinistros. Do ponto de vista contábil e seguindo a orientação do *International Accounting Standards* (IAS) na publicação IAS 37 — *Provisions, Contingent Liabilities and Contingent Assets*, o Comitê de Pronunciamentos Contábeis (CPC), através do CPC 25, define “provisões” como “passivos de prazo ou valor incertos” (CPC, 2009). O mesmo pronunciamento define “passivo” como “obrigação presente da entidade, derivada de eventos já ocorridos, cuja

liquidação se espera que resulte em saída de recursos da entidade capazes de gerar benefícios econômicos” (CPC, 2009). Dessa forma, as provisões técnicas de sinistros podem ser definidas como obrigações financeiras presentes, estimadas para arcar com os compromissos relativos a sinistros já ocorridos, tendo o conhecimento ou não destes sinistros. Dada uma determinada data contábil, a seguradora deve dispor de ativos para o pagamento de sinistros que ocorreram até essa data contábil, mesmo que a seguradora não tenha conhecimento destes sinistros (MANO; FERREIRA, 2009).

As provisões técnicas frequentemente são o item mais representativo no lado passivo do balanço patrimonial de uma seguradora. Elas representam as estimativas que seguradoras devem manter para arcar com as obrigações inerentes presentes à atividade securitária. As provisões são fundamentais para garantir a liquidez e a solvência das companhias seguradoras, e assim, precisam ser bem estimadas.

No contexto de empresas cujo principal produto é o risco, como seguradoras, a gestão das provisões técnicas deve ser feita de forma efetiva. O resultado financeiro destas companhias está diretamente ligado ao valor atribuído às provisões. Logo, se há superdimensionamento destas, a distribuição dos lucros aos acionistas pode ser comprometida, diminuindo a atratividade e o retorno financeiro do investidor. Caso as provisões técnicas estejam subdimensionadas, a empresa irá distribuir lucros indevidos e não possuirá garantias para honrar seus compromissos, podendo tornar-se insolvente (MANO; FERREIRA, 2009).

Os problemas gerados por provisões técnicas subdimensionadas não terminam na seguradora e em seus clientes. Eles afetam todo o mercado, já que caso uma seguradora se torne insolvente, a credibilidade de todo o setor será afetada, criando insegurança e diminuindo a confiança dos clientes em relação à produtos baseados no “risco”. Desta forma, observa-se a grande responsabilidade do atuário no correto dimensionamento das provisões técnicas, estendendo-se da seguradora à sociedade (MANO; FERREIRA, 2009).

As companhias seguradoras possuem diversos tipos de provisões técnicas, dentre as quais pode-se citar as Provisões Técnicas de Prêmios, cuja principal componente é a Provisão de Prêmios Não Ganhos (PPNG). A PPNG provisiona os prêmios emitidos para que estes sejam reconhecidos na medida em que a vigência do risco de cada apólice avance (BLANCHARD, 2005). As seguradoras também são obrigadas a contabilizar Provisões Técnicas de Sinistros em seu balanço patrimonial, que podem ser definidas como passivos estimados para o pagamento de todos os sinistros que ocorreram até certa data de fechamento contábil e que ainda não foram pagos (MANO; FERREIRA, 2009). No presente trabalho, serão abordadas em mais detalhes as Provisões Técnicas de Sinistros.

De acordo com Friedland (2010), a provisão total de sinistros não pagos ou IBNP (*Incurred But Not Paid*) pode ser dividida em cinco componentes:

- Provisão de Sinistros a Liquidar (PSL): provisão de sinistros já avisados à seguradora e que estão pendentes de liquidação;
- Provisão para o desenvolvimento futuro dos sinistros já avisados: provisão da variação dos valores provisionados em sinistros conhecidos;
- Provisão de reabertura de sinistros: provisão de sinistros que foram encerrados e que serão reabertos;
- Provisão de sinistros ocorridos e não avisados: provisão de sinistros que ocorreram antes do fechamento contábil e que não foram reportados à seguradora;
- Provisão de Sinistros em Trânsito: provisão de sinistros avisados, mas que ainda não foram registrados no sistema operacional da seguradora.

Os profissionais de sinistros são os responsáveis por estimar a PSL, utilizando sua experiência e os dados fornecidos pelos segurados, advogados, corretores, sindicantes e outros profissionais relacionados ao processo de estimação e liquidação de sinistros. Já o atuário é o responsável por estimar os outros quatro componentes da provisão total de sinistros não pagos, utilizando métodos atuariais e estatísticos, além de sua experiência e julgamento profissional.

Dentre as cinco provisões descritas acima, algumas podem ser estimadas em conjunto. A Provisão de sinistros ocorridos e não avisados geralmente é estimada juntamente à Provisão de sinistros em trânsito, sendo chamada de IBNYR (*Incurred But Not Yet Registered*) ou IBNR Puro. Da mesma forma, verifica-se muitas vezes na prática que a Provisão para o desenvolvimento futuro dos sinistros já avisados e a Provisão de reabertura de sinistros são estimadas em conjunto na forma de IBNER (*Incurred But Not Enough Reported*). No Brasil, a provisão de IBNER é considerada um ajuste da PSL. De acordo com a Resolução IBA nº 05/2017 do Instituto Brasileiro de Atuária (IBA), o IBNER pode ser definido como a estimativa final dos sinistros conhecidos abatida a parcela atual dos sinistros avisados. A soma das provisões de IBNER e IBNYR é comumente chamada de IBNR Global. Por fim, a soma das três grandes provisões, PSL, IBNYR e IBNER, compõem a Provisão total de sinistros não pagos, o IBNP. Esta provisão representa o montante total de indenizações a serem pagas pela seguradora referente a sinistros que já ocorreram até a data contábil do cálculo e que ainda não foram pagos, de modo que o IBNP abrange tanto os sinistros conhecidos como os não conhecidos pela seguradora.

Existem diversos métodos utilizados pelas seguradoras brasileiras no cálculo de suas provisões técnicas de sinistros, dentre os quais podemos citar o *Chain Ladder* (CL) e o *Bornhuetter-Ferguson* (BF), ambos determinísticos. Apesar da extensa utilização no mercado de seguros, os métodos tradicionais fornecem apenas uma estimativa pontual sobre o valor a ser provisionado, trazendo informações limitadas sobre a credibilidade da estimativa.

O documento *Overview of Enterprise Risk Management*, realizado pelo *Casualty Actuarial Society Enterprise Risk Management Committee*, apresenta os princípios de *Enterprise Risk Management* e diversas formas de se utilizar métodos estocásticos para a mensuração de riscos (CAS, 2003). Segundo Christiansen e Niemeyer (2014), a estimação da carga de distribuição de probabilidade dos sinistros não pagos é de suma importância para o gerenciamento de riscos, para a escolha da política de investimentos e para a alocação de capital da companhia, além de ser fundamental para atender os requerimentos de Solvência II de órgãos internacionais.

Com base neste contexto, o presente trabalho tem o objetivo de aplicar o modelo estocástico de England & Verrall (1999) para calcular a distribuição de probabilidades associada ao IBNP de seguros de Responsabilidade Civil, utilizando o banco de dados de uma seguradora real.

2. MARCO REGULATÓRIO

Existem diversos órgãos internacionais responsáveis por orientar o trabalho de atuários. Dentre estes órgãos, é possível citar o *Casualty Actuarial Society* (CAS), o *Society of Actuaries* (SOA) e o *Actuarial Standards Board* (ASB), sendo o último responsável pelo desenvolvimento e publicação dos relatórios *Actuarial Standard of Practice* (ASOPs). Estes relatórios têm o objetivo de guiar o atuário quanto aos procedimentos a serem seguidos na realização e comunicação de serviços atuariais.

Há dois relatórios ASOP particularmente úteis para a realização de serviços atuariais relacionados ao dimensionamento de provisões técnicas de sinistros e à emissão de opinião atuarial: *Actuarial Standard of Practice No. 43* (ASOP No. 43) - *Property/Casualty Unpaid Claim Estimates* (ASB, 2011) e *Actuarial Standard of Practice No. 36* (ASOP No. 36) - *Statements of Actuarial Opinion Regarding Property/Casualty Loss and Loss Adjustment Expense Reserves* (ASB, 2010).

O propósito do ASOP No. 43 é fornecer orientação ao atuário na estimação das provisões de sinistros não pagos e de suas despesas relacionadas aos ramos de seguro não-vida. O ASOP No. 43 define o *Actuarial Central Estimate* como o valor esperado dentro de um intervalo de possíveis resultados, desde que estes possíveis resultados sejam razoáveis. Este relatório também orienta que, na estimação das provisões técnicas de sinistros, o atuário deve utilizar indicadores ou testes apropriados, de acordo com seu julgamento profissional e que possam validar que a estimativa é razoável. A razoabilidade também deve ser baseada em fatos conhecidos, circunstâncias conhecidas ou razoavelmente previsíveis (ASB, 2011).

Adicionalmente, o ASOP No. 36 tem o propósito de fornecer orientações ao atuário quando da emissão de parecer atuarial sobre as provisões técnicas de sinistros e das despesas relacionadas (ASB, 2010). Para que o atuário considere o dimensionamento das provisões de sinistros como razoável, estas provisões devem estar dentro de um intervalo de estimativas que, na opinião profissional do atuário, estejam consistentes com a ASOP No. 36 e ASOP No.43.

A publicação *Statement of Principles Regarding Property and Casualty Unpaid Claims Estimates*, elaborada pela *Casualty Actuarial Society* (CAS), possui, entre outros objetivos, o de guiar os atuários nas decisões referentes a provisões técnicas, além de apresentar princípios a serem seguidos na estimação dessas provisões. A publicação sugere que uma estimativa de provisão técnica seja considerada razoável quando derivada de suposições aceitáveis e de métodos apropriados, além de testes e indicadores que possam validar a razoabilidade da estimativa. Ainda, sugere que um intervalo de estimativas pode ser razoável, já que existe incerteza associada à estimativa de provisões de sinistros, sendo esta incerteza devida aos fatos e circunstâncias não conhecidas no momento da estimação da provisão (CAS, 2014).

Em 2009, foi publicada a Diretriz Europeia *DIRECTIVE 2009/138/EC* (ou Acordo de Solvência II), com o intuito de reduzir os riscos relacionados à insolvência de seguradoras no mercado europeu. Nela, foram dispostas alterações e novos critérios que as seguradoras europeias deveriam instituir no dimensionamento das provisões técnicas. Dentre os novos critérios, sugere-se que o cálculo das provisões técnicas deve ser consistente com o valor dos ativos e dos passivos, com o mercado e com as tendências internacionais de contabilidade e supervisão. Ainda, estabelece como função do atuário garantir que as metodologias, modelos e suposições utilizadas no cálculo das provisões técnicas sejam apropriados, e que as provisões técnicas devem ser correspondentes a soma da melhor estimativa com a margem de risco. A melhor estimativa deve equivaler ao valor esperado dos fluxos de caixa descontados e o cálculo da melhor estimativa deve ser baseado em suposições reais, utilizando informações atualizadas e confiáveis, além de ser realizado por técnicas adequadas, aplicáveis e relevantes nas metodologias atuariais e estatísticas.

No Brasil, o órgão regulador do mercado securitário é a Superintendência de Seguros Privados (SUSEP). A SUSEP é responsável pela publicação da norma que trata do dimensionamento das provisões, a Circular 517/2015. De acordo com a mesma, a provisão de IBNR deve ser constituída com o objetivo de cobrir os valores esperados a liquidar de sinistros ocorridos e

ainda não avisados à seguradora até a data contábil. Além de definir as provisões técnicas, a norma também dispõe que as seguradoras devem utilizar métodos estatísticos e atuariais com base em considerações realistas para avaliar as obrigações dos contratos de seguro.

O Instituto Brasileiro de Atuária (IBA) também dispõe de diretrizes que os atuários brasileiros devem seguir quando estiverem calculando a estimativa das provisões técnicas de sinistros. Tais diretrizes seguem a mesma linha das disposições do órgão regulador.

3. REFERENCIAL TEÓRICO E METODOLOGIA DE PESQUISA

Por ser um método de simples entendimento, bem estabelecido no mercado securitário e por sua vasta utilização no provisionamento de estimativas de sinistros (ENGLAND; VERRALL, 1999), o método *Chain Ladder* será detalhado e utilizado neste estudo.

O método *Chain Ladder* é amplamente utilizado por atuários para estimar o montante de sinistros ocorridos e ainda não pagos, o IBNP. Há considerável documentação disponível sobre a base estatística do método *Chain Ladder*, dentre as quais podemos destacar Taylor & Ashe (1983), Mack (1993) e England & Verrall (1999, 2002), de grande valia para o entendimento teórico da base estatística do modelo. Considerando que o presente estudo tem enfoque na aplicação de um método estocástico no cálculo do IBNP, o método *Chain Ladder* será apresentado, tendo em vista que seu entendimento será fulcral para a aplicação do modelo estocástico a *posteriori*. Informações mais detalhadas sobre o mesmo podem ser obtidas no referencial teórico citado neste parágrafo.

De forma breve, o método *Chain Ladder* utiliza dados incrementais e acumulados de sinistros já ocorridos e registrados para produzir uma estimativa acumulada pontual final, que representa o desenvolvimento total de todos os sinistros ocorridos em certo intervalo de tempo até o final do período de desenvolvimento escolhido. Esta estimativa é chamada de *ultimate* (ENGLAND; VERRALL, 2002).

Para o modelo, assumiremos que os dados estarão dispostos nos chamados triângulos de *runoff* (ENGLAND; VERRALL, 2002). Considere um grupo de sinistros e que cada sinistro que compõe este grupo é liquidado no ano de sua ocorrência ou em n anos consecutivos (SCHMIDT, 2006). Estes sinistros podem ser modelados de forma incremental como se segue:

$$\{D_{ij} : i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, n - i + 1\} \quad (1)$$

Na qual:

- D pode representar o montante ou contagem de sinistros;

- i se refere às linhas do triângulo e pode representar o ano de subscrição ou ano de ocorrência, como no presente estudo;
- j se refere às colunas do triângulo e pode representar a quantidade de anos entre a ocorrência e a liquidação do sinistro, chamado de período de desenvolvimento.

Abaixo é apresentado um triângulo de *runoff* de pagamentos incrementais de sinistros com cinco anos de ocorrência *versus* cinco períodos de desenvolvimento em anos:

		Período de desenvolvimento				
		0	1	2	3	4
Ano de ocorrência	2010	192	456	514	540	337
	2011	251	655	693	788	
	2012	268	634	695		
	2013	250	639			
	2014	232				

Figura 1. Triângulo de *runoff* incremental de sinistros pagos.

O método *Chain Ladder* tem o objetivo de preencher os valores abaixo da diagonal principal desta matriz e, com isso, obter o *ultimate* de cada n ano de ocorrência através da soma de cada linha da matriz preenchida do triângulo incremental.

O grupo de sinistros também pode ser modelado de forma acumulada através da fórmula:

$$C_{ij} = \sum_{k=1}^j D_{ik} \quad (2)$$

Na qual:

- C representa a soma dos valores de D de cada ano de ocorrência i até o ano de desenvolvimento j .

Com isso, abaixo segue a representação do triângulo de *runoff* acumulado de pagamentos de sinistros utilizando os dados do triângulo incremental exemplificado:

		Período de desenvolvimento				
		0	1	2	3	4
Ano de ocorrência	2010	192	648	1.162	1.702	2.039
	2011	251	906	1.599	2.387	
	2012	268	902	1.597		
	2013	250	889			
	2014	232				

Figura 2. Triângulo de *runoff* acumulado de sinistros pagos.

Após modelar o montante de sinistros de forma acumulada para cada ano de ocorrência e ano de desenvolvimento conhecidos, definem-se as estimativas dos fatores de desenvolvimento (FD), seguindo a equação:

$$f_j = \frac{\sum_{k=1}^{n-j} C_{k,j+1}}{\sum_{k=1}^{n-j} C_{k,j}}; \quad 1 \leq j \leq n-1 \quad (3)$$

Na qual:

- f_j representa a estimativa do fator de desenvolvimento do j -ésimo ano de desenvolvimento.

Em seguida, os fatores de desenvolvimento são acumulados através do produtório:

$$\hat{f}_j = \prod_{k=1}^j f_k \quad (4)$$

O *ultimate* de cada período de ocorrência é então calculado através da aplicação do \hat{f}_j para cada período de ocorrência, conforme:

$$\hat{C}_{i,n} = C_{i,n+1-i} \times \hat{f}_i; \quad 0 \leq i \leq n \quad (5)$$

Na qual:

- $\hat{C}_{i,n}$ representa o *ultimate* de cada ano de ocorrência.

É esperado que o desenvolvimento dos sinistros mais recentes ocorra de forma semelhante ao desenvolvimento dos sinistros observados no passado.

O resultado do método *Chain Ladder* é uma estimativa simples dos valores *ultimate* de cada n ano de ocorrência. Para obter a provisão e IBNP devemos subtrair do *ultimate* de cada ano de ocorrência o valor da diagonal principal do triângulo acumulado de pagamentos de sinistros, conforme exemplificado abaixo:

$$IBNP = \sum_{i=1}^n \hat{C}_{i,n} - C_{i,n+1-i} \quad (6)$$

Apesar de suas vantagens, o método *Chain Ladder* utiliza premissas que podem facilmente falhar dependendo dos dados utilizados no estudo. O método *Chain Ladder* não é indicado quando os dados utilizados são voláteis ou quando são sensíveis a variações externas, como a influência da inflação (LEMAIRE, 1985). Além disso, o método dispõe apenas de uma estimativa pontual da provisão técnica (CHASE, 2015).

McClenahan (2003) aponta que até a década de 1970, o conceito de alcance de estimativas razoáveis era pouco aplicado no processo de dimensionamento de provisões técnicas de sinistros, e que o desenvolvimento desse conceito se deu a partir da publicação do *Loss Reserving Methods Discussion* de Robert Anker (1973), sobre o artigo de David Skurnick (1973) *A Survey of Loss Reserving Methods*. Na publicação, Anker (1973), discorre sobre a possibilidade de se estabelecer um intervalo para as provisões estimadas, que pode ser realizado de forma subjetiva ou estatística, esta última por meio de métodos estocásticos.

Diversos modelos estocásticos foram construídos ao longo dos últimos anos com o intuito de produzir estimativas iguais às do modelo *Chain Ladder*, já que, através de modelos estocásticos, é possível obter uma gama de informações que o modelo determinístico não é capaz de fornecer (ENGLAND; VERRALL, 1999).

Nesse âmbito, os métodos estocásticos podem ser divididos em dois grandes grupos: paramétricos e não paramétricos. Nos métodos paramétricos,

são apresentados conjuntos de estimadores cuja principal premissa é a de que os dados iniciais utilizados seguem uma distribuição estatística determinada. Os métodos paramétricos não são o foco deste trabalho e, portanto, não serão abordados no texto. Os métodos não paramétricos, por outro lado, não assumem que os dados apresentam uma distribuição de probabilidade específica *a priori* (BERRAR, 2019).

O método de reamostragem por *bootstrap* é uma técnica capaz de gerar uma distribuição de probabilidade empírica que pode ser utilizada para testar a acuracidade de estimativas e fazer inferências estatísticas sobre um conjunto de dados (BERRAR, 2019). Neste trabalho, será apresentado o método de *bootstrap* não paramétrico para produzir estimativas da variabilidade das provisões técnicas e estabelecer um intervalo de confiança para a provisão técnica de IBNP. Os resultados do modelo *chain ladder* e da provisão estimada através da distribuição empírica por *bootstrap* serão apresentados e comparados com o IBNP observado no período de análise dos dados reais.

Considere um conjunto de dados com distribuição empírica de tamanho n e que cada dado observado recebe uma probabilidade $1/n$. A amostra *bootstrap* pode ser definida como sendo aleatória, de tamanho n e retirada da amostra inicial com reposição. Desta forma, um dado qualquer da amostra inicial pode aparecer diversas vezes ou até mesmo nenhuma vez na amostra *bootstrap*.

Para seguir o modelo proposto por England & Verral (1999), primeiramente deve-se modelar o triângulo de sinistros pagos de forma acumulada e obter os fatores de desenvolvimento para cada período de desenvolvimento utilizando a Equação (6):

$$f_j = \frac{\sum_{k=1}^{n-j} C_{k,j+1}}{\sum_{k=1}^{n-j} C_{kj}}; \quad 1 \leq j \leq n-1 \quad (7)$$

A seguir, cria-se um novo triângulo mantendo apenas a diagonal principal com os valores acumulados dos sinistros pagos e estimando os valores acima da diagonal principal. Esses valores serão estimados de forma

recorrente dividindo-se o valor do período de desenvolvimento n pelo fator de desenvolvimento $n-1$.

Deve-se então modelar os triângulos incrementais a partir do triângulo acumulado original e do triângulo acumulado estimado e, através da aplicação da equação abaixo em cada posição do triângulo, calcular o triângulo de resíduos adimensionais de Pearson $\hat{r}_{i,j}$:

$$\hat{r}_{i,j} = \frac{D_{i,j} - m_{i,j}}{\sqrt{m_{i,j}}} \quad (8)$$

Na qual:

- $D_{i,j}$ representa o valor na posição (i,j) do triângulo incremental original;
- $m_{i,j}$ representa o valor na posição (i,j) do triângulo incremental estimado.

Com o triângulo de resíduos construído, é calculada a variância dos resíduos através da equação (8):

$$\phi = \frac{\sum_{i=1}^N \hat{r}_i^2}{N-p} \quad (9)$$

Na qual:

- N representa o total de observações;
- p representa o número de parâmetros estimados pelo modelo.

Albarrán e Alonso (2010) recomendam que o modelo estimado seja:

$$\eta_{i,j} = C + \alpha_i + \beta_j \quad (10)$$

Na qual:

- $\alpha_0 = \beta_0 = 0$;
- i é o número de anos de ocorrência menos 1; e
- j é o número de anos desenvolvimento menos 1.

Aplica-se então o método *bootstrap* através da construção de um novo triângulo contendo uma reamostragem dos resíduos de Pearson realizada com reposição. Todos os resíduos devem ter a mesma probabilidade de serem escolhidos na reamostra.

A seguir, é necessário fazer a regeneração dos valores incrementais de sinistros pagos a partir do triângulo de resíduos reamostrado no passo anterior, de acordo com a equação (10):

$$\hat{D}_{i,j} = \hat{r}_{i,j} \times \sqrt{m_{i,j}} + m_{i,j} \quad (11)$$

O triângulo incremental resultante do passo anterior deve ser acumulado e uma nova estimativa de IBNP deve ser calculada pelo método *Chain Ladder* tradicional.

O processo estará completo após repetirmos a reamostragem do triângulo de resíduos de Pearson, a regeneração dos valores de sinistros pagos e o cálculo de novas estimativas de IBNP N vezes. Neste estudo serão recalculadas $N = 10000$ estimativas de IBNP através do método de *bootstrap*.

4. RESULTADOS

No presente estudo, foram utilizados os dados que compõem o triângulo de *runoff* contendo sinistros pagos acumulados da cobertura de Responsabilidade Civil da seguradora Employers Mut Co Of Des Moines código NAIC 620, disponibilizado pela *Casualty Actuarial Society* (CAS). Os dados estão agrupados em 10 períodos de ocorrência anual, de 1988 a 1997, e são líquidos de resseguro. Também foram coletadas as informações sobre os prêmios ganhos de cada ano de ocorrência.

Além dos valores acima da diagonal principal do triângulo, utilizados para estimar a distribuição de probabilidades empírica, também estão disponíveis os valores abaixo da diagonal principal do triângulo. Estes últimos representam os valores acumulados que realmente foram pagos para sinistros de cada ano de ocorrência. Desta forma, também se conhecem os valores efetivamente pagos, o que permitirá a comparação com os dados estimados.

Na Figura 3 pode-se observar o montante de prêmios ganhos e o total de sinistros pagos observados, para cada ano de ocorrência da série de dados. O montante total de sinistros pagos para cada ano de ocorrência é o valor da última coluna do triângulo de *runoff* acumulado de sinistros pagos quando já se conhecem os valores abaixo da diagonal principal.

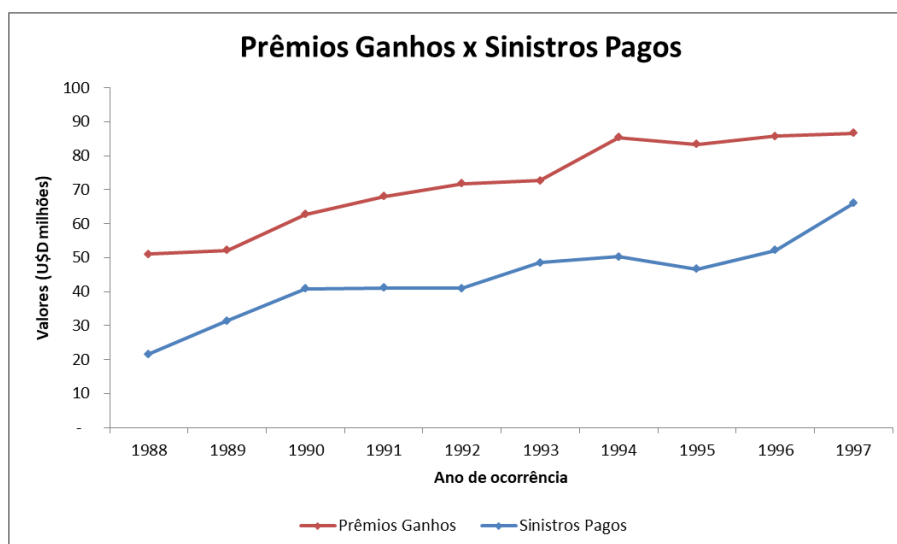


Figura 3. Montante de prêmios ganhos e sinistros pagos por ano de ocorrência.

Os sinistros de RC, por natureza, já possuem cauda mais longa comparada a outras coberturas securitárias. Esta característica pode ser

observada na Figura 4, em que é apresentada a estimativa percentual acumulada de sinistros pagos para cada período de desenvolvimento. Tais estimativas foram criadas utilizando-se o método *Chain Ladder* com fatores de desenvolvimento gerados pela média ponderada dos períodos anteriores. Como resultado, os dados indicam que 12,85% do montante total de sinistros é pago no mesmo ano da ocorrência desses sinistros. Observa-se também que, após quatro anos da ocorrência dos sinistros, ainda faltam 29,04% do montante a ser pago. Mesmo após 10 anos da ocorrência, não é possível ter a certeza de que todos os sinistros foram liquidados, já que sinistros que se tornaram judiciais podem demorar décadas até o trânsito em julgado, por exemplo. Este é um dos motivos da importância de se identificar a distribuição se probabilidades do IBNP de uma seguradora em cada data contábil. A distribuição de probabilidades auxilia o atuário na determinação do capital baseado em risco de subscrição e também na escolha de quem, segurado ou acionista, será mais onerado para constituição dessa reserva.

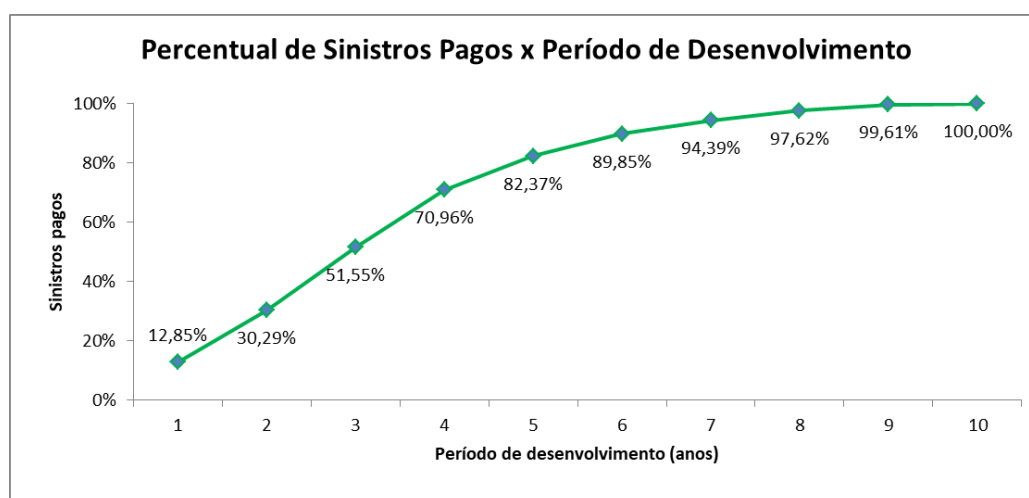


Figura 4. Desenvolvimento dos pagamentos acumulados de sinistros.

Foram calculados os resultados das estimativas pontuais de IBNP geradas pelo método de *bootstrap*. A Tabela 1 apresenta as principais estatísticas descritivas dos dados gerados por reamostragem. Pode-se observar que o valor o médio da provisão de IBNP estimado por reamostragem de *bootstrap* é igual a U\$D 134 milhões. Desta forma, a seguradora deve

reconhecer como IBNP em seu balanço patrimonial no mínimo esse valor médio, pois representa a esperança da variável aleatória estimada. A Tabela 1 também ilustra o valor positivo de curtose, indicando que a distribuição é levemente leptocúrtica (dado o desenvolvimento dos pagamentos), além de também ser levemente assimétrica para a direita. Além disso, a distribuição de probabilidades possui um coeficiente de variação no valor de 9,9%, percentual que representa o quanto o valor dos dados empíricos varia em relação à média.

Tabela 1. Estatísticas descritivas das estimativas pontuais de IBNP estimadas por reamostragem de bootstrap.

<i>Estatísticas Descritivas</i>	
Média (U\$D milhares)	134.001
Erro padrão (U\$D milhares)	99
Desvio padrão (U\$D milhares)	13.201
Coeficiente de variação	9,9%
Curtose	0,13
Assimetria	0,30
Intervalo (U\$D milhares)	72.406
Mínimo (U\$D milhares)	102.069
Máximo (U\$D milhares)	174.475
Contagem	10.000

Na Figura 5, são apresentadas as estimativas pontuais de IBNP geradas por reamostragem de *bootstrap*. Através do coeficiente de variação da Tabela 1 e da Figura 5, é possível inferir que o IBNP estimado dessa carteira apresenta pouca variabilidade.

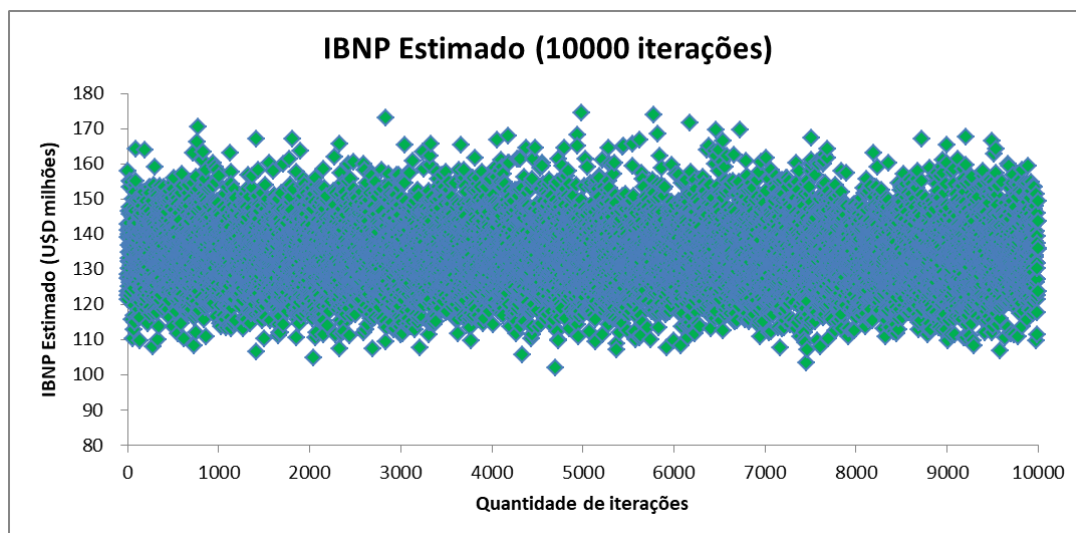


Figura 5. Estimativas pontuais de IBNP estimado por reamostragem de bootstrap.

Foi gerado o histograma com a distribuição de probabilidade empírica do IBNP realizado com os dados gerados pela técnica de *bootstrap*, apresentado na Figura 6. Apesar de ter sido dito que a seguradora deve reconhecer como IBNP em seu balanço patrimonial no mínimo o valor da esperança da variável aleatória estimada, não é prudente que o atuário provisione apenas o valor da esperança da variável aleatória. Usualmente, o valor constituído como provisão técnica é o valor da esperança da variável aleatória acrescido de uma margem de oscilação de risco.

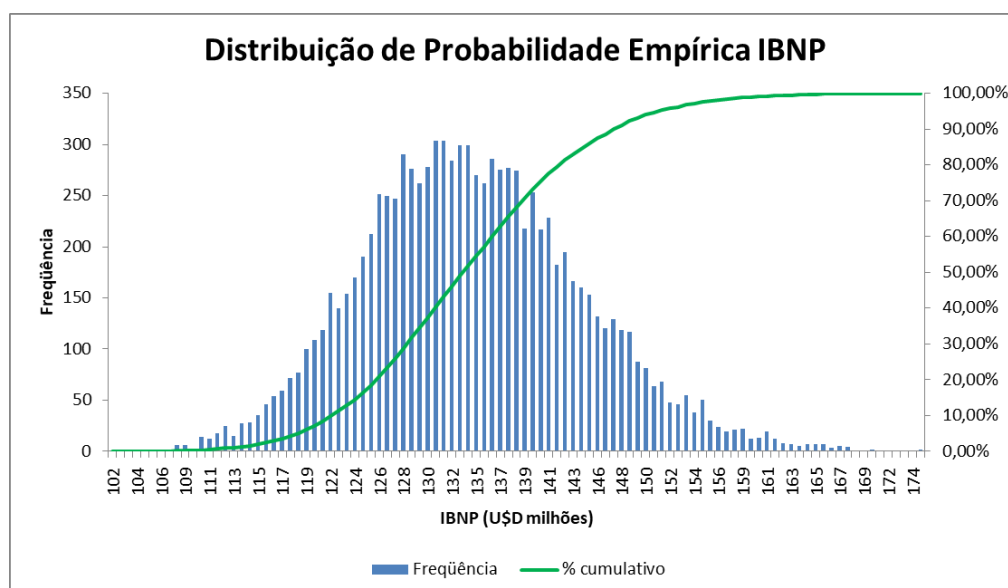


Figura 6. Distribuição de probabilidade empírica do IBNP estimado por bootstrap.

A Tabela 2 apresenta os valores estimados de IBNP através do método *Chain Ladder* e diversos percentis da distribuição de probabilidades empíricas. Observa-se que a esperança dos valores de IBNP calculados por reamostragem de *bootstrap* não apresenta diferença considerável quando comparado com o valor de IBNP calculado pelo método *Chain Ladder*, conforme o esperado. Na Tabela 2, é possível realizar a interpretação de que, para cada um dos percentis informados, existe a probabilidade de “1 – percentil” de que o valor total dos sinistros a pagar ultrapasse o IBNP referente a este percentil. Pegando como exemplo o percentil 95% da Tabela 2, há 5% de probabilidade do montante total de sinistros a pagar ser superior a U\$D 151 milhões.

Tabela 2. IBNP estimado pelo método Chain Ladder e os percentis 50%, 75%, 85%, 95% e 99% da distribuição de probabilidade empírica estimada por bootstrap.

<i>Método</i>	<i>IBNP (\$U\$Dmilhares)</i>
Chain Ladder	133.670
Bootstrap (percentil 50%)	133.927
Bootstrap (percentil 75%)	140.444
Bootstrap (percentil 85%)	144.788
Bootstrap (percentil 95%)	151.305
Bootstrap (percentil 99%)	159.994

Uma discussão muito importante que pode ser modelada com a distribuição de probabilidades do IBNP encontrada é uma estimativa da necessidade de capital para fazer frente ao risco de provisão de sinistros. Esta estimativa de necessidade de capital é uma das componentes do capital baseado em risco de subscrição (risco de os prêmios serem insuficientes para honrar com as indenizações). De acordo Altieri, Veiga Filho e Melo (2014), a necessidade de capital pode ser definida como uma reserva que fará frente a uma medida de risco da distribuição de probabilidade empírica estimada no modelo. Já o risco de provisão de sinistros pode ser definido como o risco do montante a ser pago nos sinistros modelados ser superior ao montante provisionado devido à volatilidade da distribuição estimada.

No Brasil, as seguradoras podem optar por seguir a metodologia da SUSEP no cálculo do capital mínimo requerido ou por seguir com um modelo próprio. Caso optem pelo modelo próprio, a seguradora deve seguir uma gama de condições estabelecidas pelo órgão regulador. Uma das condições que se deve seguir é a de que a probabilidade de ruína seja no máximo de 1%. Isso significa que a probabilidade deve ser de no máximo 1% de que a soma dos montantes provisionados com o capital adicional baseado em risco de subscrição seja excedida. Na distribuição de probabilidade empírica estimada, a probabilidade de ruína representada pelo percentil 99% indica que há 1% de probabilidade de o montante total de sinistros pagos ser superior a U\$D160 milhões.

Logo, após a definição da probabilidade de ruína do modelo, deve-se também estimar o montante de capital baseado em risco de subscrição que a seguradora deve ter constituído no patrimônio líquido para arcar com os cenários da distribuição de probabilidades estimada que ultrapassem o montante de IBNP provisionado e que sejam inferiores à probabilidade de ruína. O valor de IBNP que a seguradora deve constituir precisa cobrir no mínimo o valor da esperança da variável aleatória que explica o modelo empírico, mas é mais prudente que o IBNP cubra, além da esperança, uma margem de oscilação de provisão. Essa margem é subjetiva ao apetite de risco da empresa.

A decisão do montante constituído como provisão de sinistros tem grande impacto na maneira de fazer negócios da companhia seguradora. Por um lado, se a seguradora optar por constituir IBNP capaz de cobrir, por exemplo, 99% de todos os cenários da distribuição de probabilidades estimada, onera-se demasiadamente os clientes, aumentando o prêmio que o segurado deve pagar pelo seguro, na medida em que o prêmio puro cobrado é necessariamente uma função da estimativa dos sinistros a serem pagos. Por outro lado, mantendo a probabilidade de ruína constante e máxima de 1%, caso a margem de oscilação adotada seja baixa, eleva-se o valor de capital adicional baseado em risco de subscrição, de modo a onerar demasiadamente os sócios que devem investir uma monta maior na empresa, podendo

comprometer a geração e lucros e a rentabilidade da seguradora, bem como sua distribuição de dividendos.

Utilizando-se o percentil de 75% da distribuição de probabilidade empírica de IBNP, o montante provisionado seria U\$D 140 milhões e haveria 25% de probabilidade do montante total ser superior a esse valor. Desta forma, o capital baseado em risco de provisão de sinistros deve ser capaz de cobrir todos os cenários entre o percentil 75% e 99%, o que levaria a constituição de reserva de capital por parte dos sócios de cerca de U\$D 19 milhões.

Na Figura 7, são apresentados os percentis 50%, 75% e 99% da distribuição de probabilidade Empírica do IBNP. Estes percentis indicam que há 50%, 25% e 1% de probabilidade, de que o montante total real que será pago em sinistros seja superior a, respectivamente, U\$D 134 milhões, U\$D 140 milhões e U\$D 159 milhões.

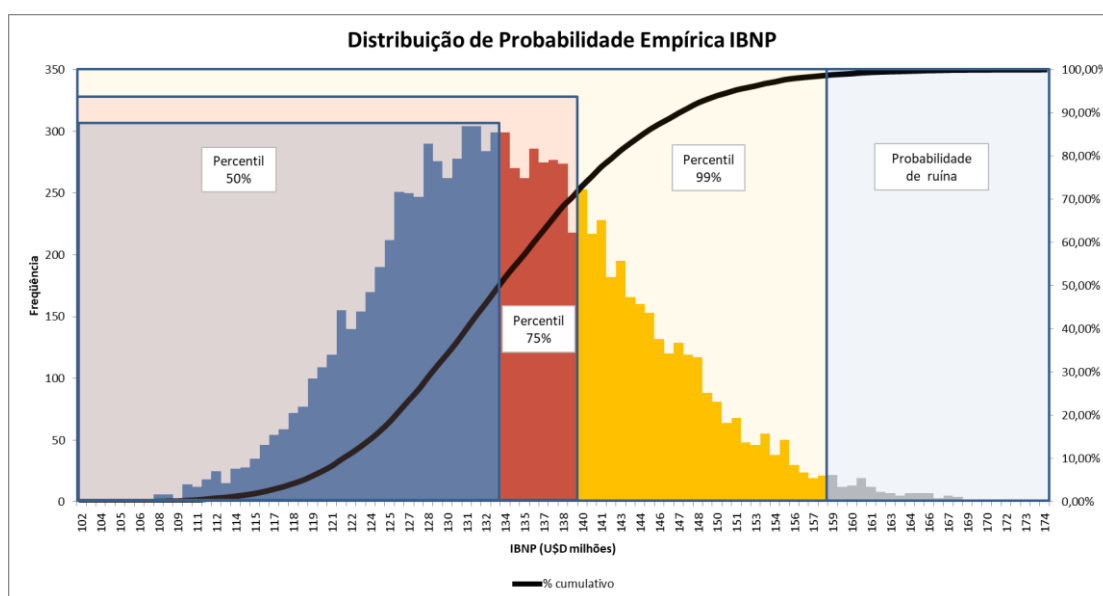


Figura 7. Distribuição de probabilidade empírica do IBNP e principais percentis

Quando o montante total de sinistros pagos realizado no período é comparado com os montantes referentes aos percentis 75% e ao montante calculado pelo método *Chain Ladder*, equivalente ao percentil 50% da distribuição de probabilidades, percebe-se que estes montantes não seriam suficientes para cobrir os valores efetivamente pagos. O montante total de sinistros pagos, referente a sinistros ocorridos até 1997 e pagos após 1997 foi

de U\$D 158,5 milhões, enquanto os percentis 50% e 75% apresentam montantes de U\$D 134 milhões e U\$D 140 milhões, respectivamente. Isso também justifica a real necessidade de se manter um capital mínimo de risco de subscrição, de modo que a soma dos montantes de provisões técnicas e o último possua probabilidade de ruína baixa de ser superada. Neste exemplo, considerou-se a mesma como sendo de 1%.

Os valores acima apresentados reforçam que as provisões técnicas não devem ser calculadas utilizando-se meios puramente determinísticos, como o método *Chain Ladder* clássico. Logo, para que a estimativa de provisão técnica seja considerada razoável, ela deve ser derivada de suposições aceitáveis e de métodos apropriados, sem contar que o adequado julgamento profissional do atuário também tem papel fundamental nessa estimação.

É importante ressaltar, contudo, que existem outros riscos que devem ser cobertos em um modelo de capital de risco, incluindo os riscos de mercado, riscos de crédito e risco operacional. O risco de mercado pode ser definido como a possibilidade de ocorrerem perdas devido a variações nos valores de ativos financeiros. Já os riscos de crédito podem ser definidos como a possibilidade de ocorrerem perdas advindas da inadimplência de terceiros em relação à seguradora ou da desvalorização de recebíveis pela redução na classificação de risco de terceiros. Por fim, o risco operacional pode ser definido como a possibilidade de ocorrerem perdas devido a falhas, deficiências ou processos internos, pessoal e sistemas inadequados, também se inclui a possibilidade de perdas devido a fraudes, risco legal e eventos externos à supervisionada no risco operacional (CNSP, 2015). Entretanto, os riscos de mercado, crédito e operacional não fazem parte do escopo desse trabalho.

5. CONCLUSÃO

A adequada estimação das provisões técnicas de sinistros é de suma importância para uma seguradora, para o mercado securitário e para a sociedade como um todo. Além de ser um formador de poupança nacional e um mecanismo muito eficaz de compartilhamento de riscos, o seguro também é de grande importância em uma economia em desenvolvimento e uma forma consistente de proteção de uma camada significativa da sociedade através da previdência, dos seguros de vida e seguro saúde.

Por estes motivos, no cálculo das provisões técnicas, o atuário deve verificar se as premissas utilizadas são válidas, conhecer o banco de dados utilizado, ter garantia da qualidade dos dados, e possuir formas de validar se o valor calculado é razoável e adequado para cumprir as obrigações da seguradora. Os testes de consistência são a principal fonte de validação da adequação das provisões técnicas, e com eles verifica-se se os valores provisionados no passado foram suficientes/insuficientes para cobrir as obrigações que estavam atreladas. Dessa forma, quanto mais períodos são analisados em um teste de consistência, mais maduro ele será e trará informações mais precisas sobre o que ocorreu no passado.

O principal problema do teste de consistência é a demora na maturação da informação, que em seguros de cauda longa como os de responsabilidade civil, podem demorar até décadas. Se o atuário depender apenas do teste de consistência, ele pode demorar muito tempo até ter a informação completa de quanto foi pago para cada ano de ocorrência, podendo não perceber mudanças importantes que possam ocorrer com o negócio.

A distribuição de probabilidades empírica calculada pelo modelo descrito neste trabalho pode ajudar o atuário a inferir sobre a suficiência da provisão, visto que ele tem em mãos não apenas um, mas dezenas de milhares de cenários para analisar. Com essas informações, é possível definir uma medida de probabilidade da provisão técnica e, dependendo do apetite ao risco da seguradora, tomar decisões mais assertivas na constituição de suas provisões.

Estudos futuros podem ser realizados para se calcular a distribuição de probabilidades da cauda de sinistros de responsabilidade civil, visto que os

dados disponibilizados são de apenas 10 anos e, portanto, muito recentes em relação ao valor final que deve ser pago para cada ano de ocorrência. Também podem ser realizados estudos para ajustar o método *chain ladder*, antes da realização das reamostragem por *bootstrap*, em cenários de crescimento da carteira de seguros, por exemplo. Este tipo de cenário pode distorcer o valor do *ultimate* estimado, diminuindo a acurácia do modelo.

6. REFERÊNCIAS

Actuarial Standards Board - ASB. Statements of Actuarial Opinion Regarding Property/Casualty Loss and Loss Adjustment Expense Reserves. Actuarial Standard of Practice, n. 36, 2010.

Actuarial Standards Board - ASB. Property/Casualty Unpaid Claim Estimates. Actuarial Standard of Practice, n. 43, 2011.

ALBARÁN, I.; ALONSO P. Métodos estocásticos de estimación de las provisiones técnicas en el marco de Solvencia II. Fundación MAPFRE, 2010.

ALTIERI, E. H.; VEIGA FILHO, A. L.; MELO, E. F. L. Modelo de Cálculo da Necessidade de Capital para Cobrir os Riscos de Subscrição de Operações Não Vida. Revista Brasileira de Risco e Seguro, v. 9, n. 17, p. 1-46, 2014.

ANKER, R. Loss Reserving Methods Discussion. Casualty Actuarial Society, 1973.

BERRAR, D. Introduction to the Non-Parametric Bootstrap. Encyclopedia of Bioinformatics and Computational Biology, v. 1, p. 766-773, 2019.

Casualty Actuarial Society Board of Directors - CAS. Statement of Principles Regarding Property and Casualty Unpaid Claims Estimates, 2014.

CHRISTIANSEN, M. C.; NIEMEYER, A. Fundamental Definition of the Solvency Capital Requirement in Solvency II. Astin Bulletin, v. 44, n. 3, p. 501-533, 2014. <http://dx.doi.org/10.1017/asb.2014.10>.

Conselho Nacional de Seguros Privados - CNSP. RESOLUÇÃO CNSP Nº 321, 2015.

ENGLAND, P.; VERRALL, R. Analytic and bootstrap estimates of prediction errors in claims reserving. Insurance: Mathematics and Economics, v. 25, n. 3, p. 281-293, 1999. [http://dx.doi.org/10.1016/s0167-6687\(99\)00016-5](http://dx.doi.org/10.1016/s0167-6687(99)00016-5).

ENGLAND, P.D.; VERRALL, R.J. Stochastic Claims Reserving in General Insurance. British Actuarial Journal, v. 8, n. 3, p. 443-518, 2002. <http://dx.doi.org/10.1017/s1357321700003809>.

FRIEDLAND, J.; DUTIL, R.; LAM, E. Estimating Unpaid Claims Using Basic Techniques. Casualty Actuarial Society, 2010.

Instituto Brasileiro de Atuária - IBA. RESOLUÇÃO IBA Nº 05/2017. Disponível em: <http://www.atuarios.org.br/resolucoes>. Acesso em: 03/09/2020

International Actuarial Association (IAA). A Global Framework for Insurer Solvency Assessment. International Actuarial Association, Ontario, 2004. ISBN: 0-9733449-0-3.

LEMAIRE, J. Automobile Insurance: Actuarial Models. Kluwer & Nijhoff Publishing, 1985. ISBN 978-94-015-7708-3

LESTER, R. Insurance and Inclusive Growth, Policy Research Working Paper Series 6943. The World Bank, 2014. Disponível em: <https://ideas.repec.org/p/wbk/wbrwps/6943.html>. Acesso em: 24/08/2020

LIU, H.; VERRALL, R. Predictive Distributions for Reserves which Separate True IBNR and IBNER Claims. Astin Bulletin, v. 39, p. 35-60, 2009. Cambridge University Press (CUP). <http://dx.doi.org/10.2143/ast.39.1.2038055>.

MACK, T.. Distribution-Free Calculation of the Standard Error of Chain Ladder Reserve Estimates. Insurance Mathematics & Economics, p. 277-278, 1993.

MANO, C. C. A.; FERREIRA, P. P. Aspectos Atuariais e Contábeis das Provisões Técnicas. Rio de Janeiro. Funenseg, 2009.

MCCLENAHAN, C. L. Estimation and Application of Ranges of Reasonable Estimates. Casualty Actuarial Society Forum, p. 213-230, 2003.

SCHMIDT, K. D. Methods and models of loss reserving based on run-off triangles: A unifying survey. In Proceedings of Casualty Actuarial Society Forum, s. 3, p. 269-317, 2006. Disponível em <https://www.casact.org/pubs/forum/06fforum/273.pdf>. Acesso em: 20/07/2020

SCHNIEPER, R.. Separating True IBNR and IBNER Claims. Astin Bulletin, v. 21, p. 111-127, 1991. <http://dx.doi.org/10.2143/ast.21.1.2005404>

TAYLOR, G.C.; ASHE, F.R.. Second moments of estimates of outstanding claims. Journal Of Econometrics, v. 23, p. 37-61, 1983. Elsevier BV. [http://dx.doi.org/10.1016/0304-4076\(83\)90074-x](http://dx.doi.org/10.1016/0304-4076(83)90074-x).

UNCTAD. Final Act and Report of the First United Nations Conference on Trade and Development - UNCTAD I (23 March - 16 June 1964), (E/CONF.46/141, Vol. I) - 16/06/1964. Disponível em: https://unctad.org/en/Docs/econf46d141vol1_en.pdf. Acesso em: 24/08/2020

ZEHNWIRTH. B. The Chain Ladder Technique - A Stochastic Model. Claims Reserving Manual, v.2. Institute of Actuaries, London, 1997. Disponível em: <https://www.actuaries.org.uk/system/files/documents/pdf/crm2-D1.pdf>. Acesso em: 02/09/2020